

Mezinárodní ekonomie

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 900$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 400$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 10\,000$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků, které se neliší od cen na světovém trhu, jsou $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 1$.

Určete:

- funkce mezních produktů práce obou statků
- rovnici hranice výrobních možností dané ekonomiky
- množství práce v obou odvětvích
- kolik jednotek oděvů (q_1) a potravin (q_2) bude daná ekonomika vyrábět

a)

$MP_{L_1} = ?$ $MP_{L_2} = ?$ Funkce mezního produktu práce

$$q_1 = \sqrt{KL_1}$$

$$q_2 = \sqrt{TL_2}$$

$$L = 10000$$

$$K = 400$$

$$T = 900$$

Vzorce pro výpočet:

$$MP_{L_1} = \frac{dq_1}{dL_1}$$

$$MP_{L_2} = \frac{dq_2}{dL_2}$$

$$\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$$

$$MP_{L_1} = (\sqrt{KL_1})' = (\sqrt{K} \cdot \sqrt{L_1})' = \left(\sqrt{K} \cdot L_1^{\frac{1}{2}}\right)' = \sqrt{K} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_1^{\frac{1}{2}-1} = \sqrt{K} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L_1}} = \frac{\sqrt{400}}{2\sqrt{L_1}} = \frac{20}{2\sqrt{L_1}} = \frac{10}{\sqrt{L_1}}$$

$$MP_{L_1} = \frac{10}{\sqrt{L_1}}$$

$$MP_{L_2} = (\sqrt{TL_2})' = (\sqrt{T} \cdot \sqrt{L_2})' = \left(\sqrt{T} \cdot L_2^{\frac{1}{2}}\right)' = \sqrt{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_2^{\frac{1}{2}-1} = \sqrt{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{L_2}} = \frac{\sqrt{900}}{2\sqrt{L_2}} = \frac{30}{2\sqrt{L_2}} = \frac{15}{\sqrt{L_2}}$$

$$MP_{L_2} = \frac{15}{\sqrt{L_2}}$$

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 900$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 400$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 10\ 000$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků, které se neliší od cen na světovém trhu, jsou $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 1$.

Určete:

- funkce mezních produktů práce obou statků
- rovnici hranice výrobních možností dané ekonomiky
- množství práce v obou odvětvích
- kolik jednotek oděvů (q_1) a potravin (q_2) bude daná ekonomika vyrábět

b)

$HVM = ?$

$$q_1 = \sqrt{KL_1}$$

$$q_2 = \sqrt{TL_2}$$

$$L = 10000$$

$$K = 400$$

$$T = 900$$

1. krok:

$$q_1 = \sqrt{KL_1}$$

$$q_1^2 = KL_1$$

$$L_1 = \frac{q_1^2}{K}$$

$$q_2 = \sqrt{TL_2}$$

$$q_2^2 = TL_2$$

$$L_2 = \frac{q_2^2}{T}$$

2. krok:

$$L_1 + L_2 = L$$

$$\frac{q_1^2}{K} + \frac{q_2^2}{T} = L$$

$$\frac{q_2^2}{T} = L - \frac{q_1^2}{K}$$

$$\cancel{T} \cdot \frac{q_2^2}{\cancel{T}} = T \cdot L - T \cdot \frac{q_1^2}{K}$$

$$q_2^2 = TL - T \frac{q_1^2}{K}$$

$$q_2 = \sqrt{TL - T \frac{q_1^2}{K}}$$

3. krok:

$$q_2 = \sqrt{900 \cdot 10000 - 900 \cdot \frac{q_1^2}{400}}$$

$$HVM: q_2 = \sqrt{9000000 - 2,25q_1^2}$$

Vzorec pro výpočet:

$$L_1 + L_2 = L$$

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 900$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 400$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 10\ 000$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků, které se neliší od cen na světovém trhu, jsou $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 1$.

Určete:

- funkce mezních produktů práce obou statků
- rovnici hranice výrobních možností dané ekonomiky
- množství práce v obou odvětvích
- kolik jednotek oděvů (q_1) a potravin (q_2) bude daná ekonomika vyrábět

c)

Vzorce pro výpočet:

K výpočtu množství práce v jednotlivých odvětvích využijeme **matematický zápis HVM** a vztah založený na **teorii rovnovážné mzdy**, kdy se **součiny cen a mezních produktů** obou odvětví musejí **rovnat**.

$$L_1 + L_2 = L$$

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

$$L_1 = ? \quad L_2 = ?$$

$$MP_{L_1} = \frac{10}{\sqrt{L_1}}$$

$$MP_{L_2} = \frac{15}{\sqrt{L_2}}$$

$$L = 10\ 000$$

$$P_1 = 2$$

$$P_2 = 1$$

1. krok:

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

$$2 \cdot \frac{10}{\sqrt{L_1}} = 1 \cdot \frac{15}{\sqrt{L_2}}$$

$$\frac{20}{\sqrt{L_1}} = \frac{15}{\sqrt{L_2}}$$

$$\sqrt{L_2} \cdot 20 = 15 \cdot \sqrt{L_1}$$

$$\sqrt{L_2} = \frac{15}{20} \cdot \sqrt{L_1}$$

$$L_2 = \left(\frac{15}{20} \cdot \sqrt{L_1} \right)^2$$

d)

$$q_1 = ? \quad q_2 = ?$$

$$L_2 = \frac{225}{400} \cdot L_1$$

$$L_2 = 0,5625 \cdot L_1$$

2. krok:

$$L_1 + L_2 = L$$

$$L = 10\ 000$$

$$L_2 = 0,5625 \cdot L_1$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \sqrt{KL_1} & q_2 &= \sqrt{TL_2} \\ K &= 400 & T &= 900 \\ L_1 &= 6400 & L_2 &= 3600 \end{aligned} \right\}$$

$$q_1 = \sqrt{400 \cdot 6400} = 1600$$

$$q_2 = \sqrt{900 \cdot 3600} = 1800$$

$$L_1 + 0,5625 \cdot L_1 = 10\ 000$$

$$1,5625 \cdot L_1 = 10\ 000$$

$$L_1 = \frac{10\ 000}{1,5625}$$

$$L_1 = 6400$$

$$L_2 = 0,5625 \cdot 6400$$

$$L_2 = 3600$$

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 2500$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 4\,900$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 3\,400$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků (které se neliší od cen domácích) jsou na světovém trhu $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 3$.

Určete:

- funkci poptávky po práci v odvětví oděvů q_1
- funkci poptávky po práci v odvětví potravin q_2
- funkci relativní nabídky RS
- výši nominální mzdy v obou odvětvích

a), b)

$$w_1 = ? \quad w_2 = ?$$

Vzorce pro výpočet:

Funkce poptávky po práci

$$w_1 = P_1 \cdot MP_{L_1}$$

$$w_2 = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

Funkce mezního produktu po práci

$$MP_{L_1} = \frac{dq_1}{dL_1}$$

$$MP_{L_2} = \frac{dq_2}{dL_2}$$

$$\frac{dy}{dx} = n \cdot x^{n-1}$$

$$q_1 = \sqrt{KL_1}$$

$$q_2 = \sqrt{TL_2}$$

$$K = 4900$$

$$T = 2500$$

$$P_1 = 2$$

$$P_2 = 3$$

a)

$$MP_{L_1} = (\sqrt{KL_1})' = (\sqrt{K} \cdot \sqrt{L_1})' = \left(\sqrt{K} \cdot L_1^{\frac{1}{2}}\right)' = \sqrt{K} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_1^{\frac{1}{2}-1} = \sqrt{K} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L_1}} =$$

$$= \frac{\sqrt{4900}}{2\sqrt{L_1}} = \frac{70}{2\sqrt{L_1}} = \frac{35}{\sqrt{L_1}}$$

$$w_1 = P_1 \cdot MP_{L_1} \longrightarrow w_1 = 2 \cdot \frac{35}{\sqrt{L_1}} = \frac{70}{\sqrt{L_1}}$$

b)

$$MP_{L_2} = (\sqrt{TL_2})' = (\sqrt{T} \cdot \sqrt{L_2})' = \left(\sqrt{T} \cdot L_2^{\frac{1}{2}}\right)' = \sqrt{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_2^{\frac{1}{2}-1} = \sqrt{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot L_2^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{L_2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2500}}{2\sqrt{L_2}} = \frac{50}{2\sqrt{L_2}} = \frac{25}{\sqrt{L_2}}$$

$$w_2 = P_2 \cdot MP_{L_2} \longrightarrow w_2 = 3 \cdot \frac{25}{\sqrt{L_2}} = \frac{75}{\sqrt{L_2}}$$

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 2500$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 4\,900$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 3\,400$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků (které se neliší od cen domácích) jsou na světovém trhu $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 3$.

Určete:

- funkci poptávky po práci v odvětví oděvů q_1
- funkci poptávky po práci v odvětví potravin q_2
- funkci relativní nabídky RS
- výši nominální mzdy v obou odvětvích

c)

RS: $k = ?$

Vzorce pro výpočet:

$$k = \frac{P_1}{P_2}$$

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

a), b):

$$MP_{L_1} = \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L_1}} \quad MP_{L_2} = \frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{L_2}}$$

$$q = \frac{q_1 + q_1^*}{q_2 + q_2^*}$$

1. krok:

$$k = \frac{P_1}{P_2}$$

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2} \quad k = \frac{P_1}{P_2} = \frac{MP_{L_2}}{MP_{L_1}}$$

2. krok:

$$k = \frac{MP_{L_2}}{MP_{L_1}} \quad MP_{L_1} = \frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L_1}} \quad MP_{L_2} = \frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{L_2}}$$

$$k = \frac{MP_{L_2}}{MP_{L_1}} = \frac{\frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{L_2}}}{\frac{\sqrt{K}}{2\sqrt{L_1}}} = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}} = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}}$$

3. krok:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{L_1} = ? & q_1 = \sqrt{KL_1} \\ \sqrt{L_2} = ? & q_2 = \sqrt{TL_2} \\ & q_1 = \sqrt{K} \cdot \sqrt{L_1} \\ & q_2 = \sqrt{T} \cdot \sqrt{L_2} \\ & \sqrt{L_1} = \frac{q_1}{\sqrt{K}} \\ & \sqrt{L_2} = \frac{q_2}{\sqrt{T}} \end{array}$$

5. krok:

$$q = \frac{q_1 + q_1^*}{q_2 + q_2^*} \quad q = \frac{q_1}{q_2}$$

6. krok:

$$k = \frac{T}{K} \cdot \frac{q_1}{q_2} \quad RS: k = \frac{T}{K} \cdot q$$

4. krok:

$$k = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{L_1}}{\sqrt{L_2}} \quad \sqrt{L_1} = \frac{q_1}{\sqrt{K}} \quad \sqrt{L_2} = \frac{q_2}{\sqrt{T}} \quad k = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\frac{q_1}{\sqrt{K}}}{\frac{q_2}{\sqrt{T}}} = \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{K}} \cdot \frac{q_1}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\sqrt{T}}{q_2} = \frac{T}{K} \cdot \frac{q_1}{q_2}$$

7. krok:

$$k = \frac{T}{K} \cdot q \quad \left. \begin{array}{l} T = 2500 \\ K = 4900 \end{array} \right\} k = \frac{2500}{4900} \cdot q = 0.5q$$

Ekonomika vyrábí dva statky: oděvy s využitím práce a kapitálu a potraviny s využitím práce a půdy. Půda je specifická pro odvětví výroby potravin a fyzický kapitál pro odvětví výroby oděvů. Množství půdy v zemi je $T = 2500$ jednotek a množství fyzického kapitálu $K = 4\,900$ jednotek. Práce je mobilní faktor, jeho množství v zemi je $L = 3\,400$ jednotek. Produkční funkce výroby obou statků byly odhadnuty v následujících tvarech: $q_1 = \sqrt{KL_1}$ pro odvětví produkce oděvů a $q_2 = \sqrt{TL_2}$ u potravin. Ceny obou statků (které se neliší od cen domácích) jsou na světovém trhu $P_1 = 2$, resp. $P_2 = 3$.

Určete:

- funkci poptávky po práci v odvětví oděvů q_1
- funkci poptávky po práci v odvětví potravin q_2
- funkci relativní nabídky RS
- výši nominální mzdy v obou odvětvích

d)

$$w_1 = ? \quad w_2 = ?$$

$$L_1 = ? \quad L_2 = ?$$

$$MP_{L_1} = \frac{35}{\sqrt{L_1}}$$

$$MP_{L_2} = \frac{25}{\sqrt{L_2}}$$

$$w_1 = \frac{70}{\sqrt{L_1}}$$

$$w_2 = \frac{75}{\sqrt{L_2}}$$

$$L = 3\,400$$

$$P_1 = 2 \quad P_2 = 3$$

Vzorce pro výpočet:

K výpočtu množství práce v jednotlivých odvětvích využijeme matematický zápis **HVM** a vztah založený na **teorii rovnovážné mzdy**, kdy se součiny cen a mezních produktů obou odvětví musejí rovnat.

$$L_1 + L_2 = L$$

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

1. krok:

$$P_1 \cdot MP_{L_1} = P_2 \cdot MP_{L_2}$$

$$2 \cdot \frac{35}{\sqrt{L_1}} = 3 \cdot \frac{25}{\sqrt{L_2}}$$

$$\frac{70}{\sqrt{L_1}} = \frac{75}{\sqrt{L_2}}$$

$$\sqrt{L_2} \cdot 70 = 75 \cdot \sqrt{L_1}$$

$$\sqrt{L_2} = \frac{75}{70} \cdot \sqrt{L_1}$$

$$L_2 = \left(\frac{75}{70} \cdot \sqrt{L_1} \right)^2$$

3. krok: $w_1 = ? \quad w_2 = ?$

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{70}{\sqrt{L_1}} & L_1 &= 1\,582,86 \\ w_2 &= \frac{75}{\sqrt{L_2}} & L_2 &= 1\,817,12 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} w_1 &= \frac{70}{\sqrt{1582,86}} = 1,759 \\ w_2 &= \frac{75}{\sqrt{1817,12}} = 1,759 \end{aligned}$$

2. krok:

$$L_1 + L_2 = L$$

$$L = 3\,400$$

$$L_2 = 1,148 \cdot L_1$$

$$L_1 + 1,148 \cdot L_1 = 3\,400$$

$$2,148 \cdot L_1 = 3\,400$$

$$L_1 = \frac{3\,400}{2,148}$$

$$L_1 = 1\,582,86$$

$$L_2 = 1,148 \cdot 1582,86$$

$$L_2 = 1\,817,12$$